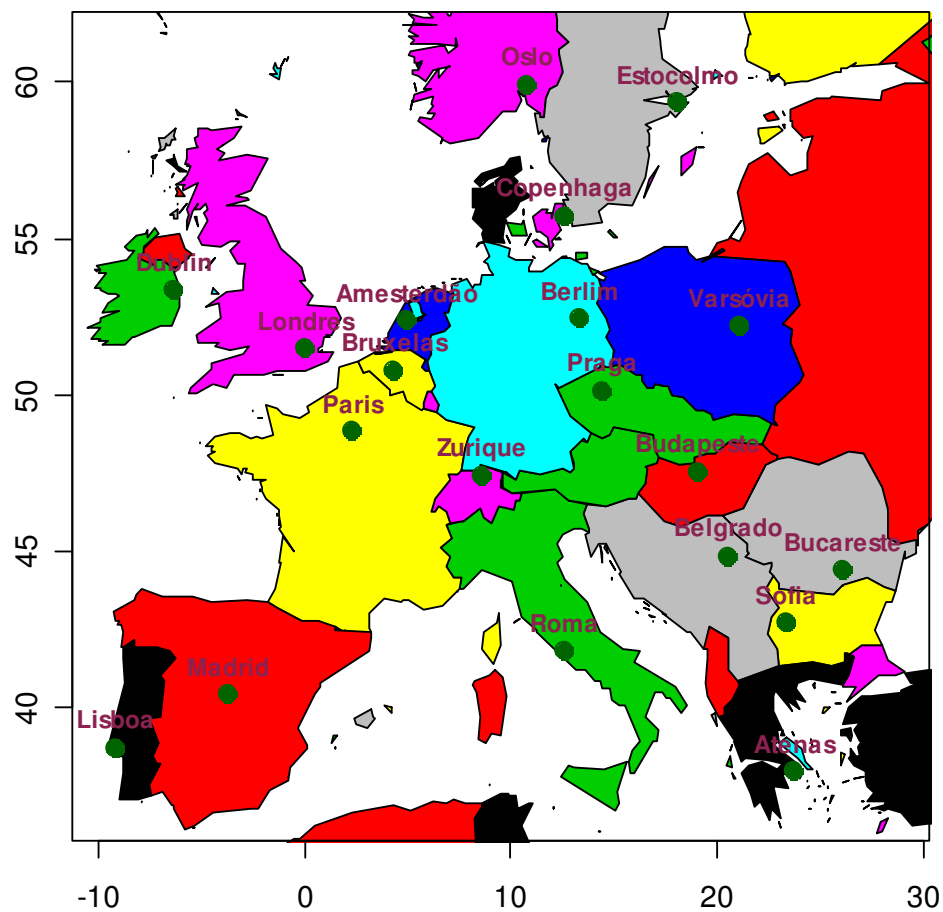


Resolução da Parte 01

Região Européia - 20 cidades



Mapa 01

Quadro 01 – Distância Euclidiana entre as Cidades Europeias (Km)

Cidades	Amesterdão	Atenas	Belgrado	Berlim	Bruxelas	Bucareste	Budapeste	Copenhaga	Dublin	Estocolmo	Lisboa	Londres	Madrid	Oslo	Paris	Praga	Roma	Sofia	Varsóvia	Zurique
Amesterdão	0	2634	1924	932	187	2517	1660	925	1258	1655	2179	556	1639	1060	490	1087	1454	2314	1792	687
Atenas	2634	0	841	1984	2583	765	1183	2329	3756	2459	3654	3035	3059	2837	2673	1698	1308	528	1612	1985
Belgrado	1924	841	0	1166	1912	628	342	1496	3130	1640	3360	2394	2729	2001	2071	893	936	395	827	1356
Berlim	932	1984	1166	0	1012	1680	841	369	2187	933	2925	1483	2314	880	1289	291	1187	1556	860	772
Bruxelas	187	2583	1912	1012	0	2520	1673	1061	1224	1797	2013	490	1460	1239	316	1122	1358	2295	1862	602
Bucareste	2517	765	628	1680	2520	0	858	1959	3743	1886	3969	3007	3341	2428	2694	1444	1529	362	1034	1979
Budapeste	1660	1183	342	841	1673	858	0	1159	2896	1320	3281	2162	2646	1661	1868	587	957	718	568	1166
Copenhaga	925	2329	1496	369	1061	1959	1159	0	2117	737	3061	1472	2478	514	1371	656	1544	1877	1019	1025
Dublin	1258	3756	3130	2187	1224	3743	2896	2117	0	2795	1658	736	1470	2035	1083	2338	2469	3507	3048	1785
Estocolmo	1655	2459	1640	933	1797	1886	1320	737	2795	0	3796	2191	3206	818	2108	1107	2044	1942	859	1700
Lisboa	2179	3654	3360	2925	2013	3969	3281	3061	1658	3796	0	1745	635	3232	1697	2908	2441	3637	3675	2190
Londres	556	3035	2394	1483	490	3007	2162	1472	736	2191	1745	0	1297	1519	388	1611	1767	2772	2340	1054
Madrid	1639	3059	2729	2314	1460	3341	2646	2478	1470	3206	635	1297	0	2698	1149	2282	1817	3015	3046	1565
Oslo	1060	2837	2001	880	1239	2428	1661	514	2035	818	3232	1519	2698	0	1550	1169	2027	2374	1431	1416
Paris	490	2673	2071	1289	316	2694	1868	1371	1083	2108	1697	388	1149	1550	0	1356	1389	2439	2118	716
Praga	1087	1698	893	291	1122	1444	587	656	2338	1107	2908	1611	2282	1169	1356	0	943	1287	773	718
Roma	1454	1308	936	1187	1358	1529	957	1544	2469	2044	2441	1767	1817	2027	1389	943	0	1198	1490	767
Sofia	2314	528	395	1556	2295	362	718	1877	3507	1942	3637	2772	3015	2374	2439	1287	1198	0	1089	1724
Varsóvia	1792	1612	827	860	1862	1034	568	1019	3048	859	3675	2340	3046	1431	2118	773	1490	1089	0	1488
Zurique	687	1985	1356	772	602	1979	1166	1025	1785	1700	2190	1054	1565	1416	716	718	767	1724	1488	0

Quadro 02 – Distância Cordal entre as Cidades Européias (Km)

Cidades	Amesterdão	Atenas	Belgrado	Berlim	Bruxelas	Bucareste	Budapeste	Copenhaga	Dublin	Estocolmo	Lisboa	Londres	Madrid	Oslo	Paris	Praga	Roma	Sofia	Varsóvia	Zurique
Amesterdão	0	2581	1906	931	186	2487	1651	922	1256	1642	2166	556	1633	1052	489	1085	1439	2284	1786	684
Atenas	2581	0	791	1907	2539	702	1116	2231	3684	2293	3604	2986	3029	2716	2636	1634	1298	484	1491	1954
Belgrado	1906	791	0	1137	1899	627	326	1452	3094	1546	3319	2375	2707	1939	2060	875	930	385	773	1351
Berlim	931	1907	1137	0	1010	1647	826	360	2177	908	2894	1479	2296	862	1285	284	1155	1513	860	764
Bruxelas	186	2539	1899	1010	0	2496	1666	1057	1222	1781	2002	489	1456	1229	316	1121	1346	2271	1855	600
Bucareste	2487	702	627	1647	2496	0	847	1905	3682	1771	3902	2972	3302	2348	2670	1424	1522	353	973	1969
Budapeste	1651	1116	326	826	1666	847	0	1131	2870	1250	3241	2150	2624	1617	1861	581	940	691	539	1164
Copenhaga	922	2231	1452	360	1057	1905	1131	0	2107	728	3025	1467	2455	505	1365	640	1503	1815	1012	1009
Dublin	1256	3684	3094	2177	1222	3682	2870	2107	0	2771	1639	736	1461	2025	1082	2324	2449	3454	3019	1779
Estocolmo	1642	2293	1546	908	1781	1771	1250	728	2771	0	3724	2175	3154	817	2086	1068	1968	1820	816	1666
Lisboa	2166	3604	3319	2894	2002	3902	3241	3025	1639	3724	0	1735	634	3189	1690	2878	2426	3587	3614	2177
Londres	556	2986	2375	1479	489	2972	2150	1467	736	2175	1735	0	1294	1512	387	1606	1756	2741	2327	1052
Madrid	1633	3029	2707	2296	1456	3302	2624	2455	1461	3154	634	1294	0	2670	1147	2265	1811	2986	3006	1560
Oslo	1052	2716	1939	862	1229	2348	1617	505	2025	817	3189	1512	2670	0	1539	1143	1977	2290	1408	1394
Paris	489	2636	2060	1285	316	2670	1861	1365	1082	2086	1690	387	1147	1539	0	1353	1382	2418	2107	715
Praga	1085	1634	875	284	1121	1424	581	640	2324	1068	2878	1606	2265	1143	1353	0	917	1257	769	715
Roma	1439	1298	930	1155	1346	1522	940	1503	2449	1968	2426	1756	1811	1977	1382	917	0	1196	1448	758
Sofia	2284	484	385	1513	2271	353	691	1815	3454	1820	3587	2741	2986	2290	2418	1257	1196	0	1011	1713
Varsóvia	1786	1491	773	860	1855	973	539	1012	3019	816	3614	2327	3006	1408	2107	769	1448	1011	0	1478
Zurique	684	1954	1351	764	600	1969	1164	1009	1779	1666	2177	1052	1560	1394	715	715	758	1713	1478	0

Quadro 03 – Distância Geodésica entre as Cidades Europeias (Km)

Cidades	Amesterdão	Atenas	Belgrado	Berlim	Bruxelas	Bucareste	Budapeste	Copenhaga	Dublin	Estocolmo	Lisboa	Londres	Madrid	Oslo	Paris	Praga	Roma	Sofia	Varsóvia	Zurique
Amesterdão	0	2165	1416	568	180	1788	1143	618	763	1125	1865	352	1483	913	435	708	1311	1744	1094	614
Atenas	2165	0	807	1801	2087	744	1128	2139	2862	2412	2851	2383	2367	2609	2101	1536	1039	527	1598	1618
Belgrado	1416	807	0	999	1372	448	322	1333	2156	1626	2531	1683	2027	1803	1451	743	718	328	826	962
Berlim	568	1801	999	0	644	1296	684	363	1317	822	2302	916	1858	847	873	274	1185	1317	526	658
Bruxelas	180	2087	1372	644	0	1770	1126	769	784	1286	1709	313	1311	1092	263	717	1183	1696	1163	488
Bucareste	1788	744	448	1296	1770	0	645	1577	2545	1747	2975	2083	2471	2008	1875	1082	1132	293	944	1394
Budapeste	1143	1128	322	684	1126	645	0	1011	1899	1317	2469	1439	1973	1482	1248	442	814	633	542	788
Copenhaga	618	2139	1333	363	769	1577	1011	0	1242	524	2477	949	2072	485	1030	635	1544	1638	675	963
Dublin	763	2862	2156	1317	784	2545	1899	1242	0	1633	1643	479	1454	1268	784	1470	1906	2480	1834	1245
Estocolmo	1125	2412	1626	822	1286	1747	1317	524	1633	0	2990	1429	2594	417	1549	1056	1988	1886	814	1469
Lisboa	1865	2851	2531	2302	1709	2975	2469	2477	1643	2990	0	1587	504	2740	1449	2243	1871	2755	2760	1724
Londres	352	2383	1683	916	313	2083	1439	949	479	1429	1587	0	1263	1152	335	1024	1440	2006	1442	767
Madrid	1483	2367	2027	1858	1311	2471	1973	2072	1454	2594	504	1263	0	2389	1049	1771	1371	2253	2289	1247
Oslo	913	2609	1803	847	1092	2008	1482	485	1268	417	2740	1152	2389	0	1346	1120	2020	2099	1067	1403
Paris	435	2101	1451	873	263	1875	1248	1030	784	1549	1449	335	1049	1346	0	886	1123	1763	1373	493
Praga	708	1536	743	274	717	1082	442	635	1470	1056	2243	1024	1771	1120	886	0	932	1067	519	524
Roma	1311	1039	718	1185	1183	1132	814	1544	1906	1988	1871	1440	1371	2020	1123	932	0	888	1321	699
Sofia	1744	527	328	1317	1696	293	633	1638	2480	1886	2755	2006	2253	2099	1763	1067	888	0	1072	1270
Varsóvia	1094	1598	826	526	1163	944	542	675	1834	814	2760	1442	2289	1067	1373	519	1321	1072	0	1043
Zurique	614	1618	962	658	488	1394	788	963	1245	1469	1724	767	1247	1403	493	524	699	1270	1043	0

Quadro 04 – Distância Geodésica Local entre as Cidades Europeias (Km)

Cidades	Amesterdão	Atenas	Belgrado	Berlim	Bruxelas	Bucareste	Budapeste	Copenhaga	Dublin	Estocolmo	Lisboa	Londres	Madrid	Oslo	Paris	Praga	Roma	Sofia	Varsóvia	Zurique
Amesterdão	0	2108	1412	611	181	1779	1162	666	828	1232	1832	372	1471	940	437	738	1303	1720	1174	616
Atenas	2108	0	796	1780	2007	738	1115	2131	2780	2413	2395	2290	2015	2619	1975	1508	915	527	1597	1522
Belgrado	1412	796	0	998	1350	413	320	1341	2173	1627	2260	1666	1826	1826	1399	734	663	313	826	914
Berlim	611	1780	998	0	677	1291	689	364	1435	842	2237	975	1822	853	897	275	1185	1308	564	661
Bruxelas	181	2007	1350	677	0	1736	1130	807	830	1379	1664	326	1294	1117	264	738	1167	1650	1226	488
Bucareste	1779	738	413	1291	1736	0	620	1595	2565	1761	2644	2057	2215	2057	1804	1059	1026	278	943	1320
Budapeste	1162	1115	320	689	1130	620	0	1024	1960	1318	2273	1455	1834	1507	1229	441	790	620	543	764
Copenhaga	666	2131	1341	364	807	1595	1024	0	1401	572	2461	1027	2069	491	1066	637	1544	1644	728	968
Dublin	828	2780	2173	1435	830	2565	1960	1401	0	1899	1642	508	1453	1443	805	1556	1887	2466	1999	1273
Estocolmo	1232	2413	1627	842	1379	1761	1318	572	1899	0	3032	1580	2635	538	1639	1064	1992	1891	822	1500
Lisboa	1832	2395	2260	2237	1664	2644	2273	2461	1642	3032	0	1568	440	2768	1400	2131	1620	2406	2661	1609
Londres	372	2290	1666	975	326	2057	1455	1027	508	1580	1568	0	1259	1222	337	1062	1415	1960	1534	772
Madrid	1471	2015	1826	1822	1294	2215	1834	2069	1453	2635	440	1259	0	2411	1034	1701	1196	1984	2228	1181
Oslo	940	2619	1826	853	1117	2057	1507	491	1443	538	2768	1222	2411	0	1378	1128	2021	2125	1140	1405
Paris	437	1975	1399	897	264	1804	1229	1066	805	1639	1400	337	1034	1378	0	894	1086	1679	1416	485
Praga	738	1508	734	275	738	1059	441	637	1556	1064	2131	1062	1701	1128	894	0	931	1047	537	522
Roma	1303	915	663	1185	1167	1026	790	1544	1887	1992	1620	1415	1196	2021	1086	931	0	788	1311	687
Sofia	1720	527	313	1308	1650	278	620	1644	2466	1891	2406	1960	1984	2125	1679	1047	788	0	1071	1196
Varsóvia	1174	1597	826	564	1226	943	543	728	1999	822	2661	1534	2228	1140	1416	537	1311	1071	0	1056
Zurique	616	1522	914	661	488	1320	764	968	1273	1500	1609	772	1181	1405	485	522	687	1196	1056	0

Comentários:

Obviamente que as matrizes são simétricas, com valores zero na diagonal principal;

A distância Euclidiana e a distância Cordal apresentam valores muito próximos;

A distância Geodésica e a distância Geodésica Local também apresentam valores próximos;

Há uma nítida diferença entre as distâncias Euclidiana/Cordal em relação às distâncias Geodésica/Geodésica local sendo maiores as primeiras;

A evidência entre os diferentes valores calculados dá-se devido à forma geóide da terra e à representação nos diferentes tipos de mapas.

Fixando um Local, visualmente explicitam-se melhor essas diferenças.

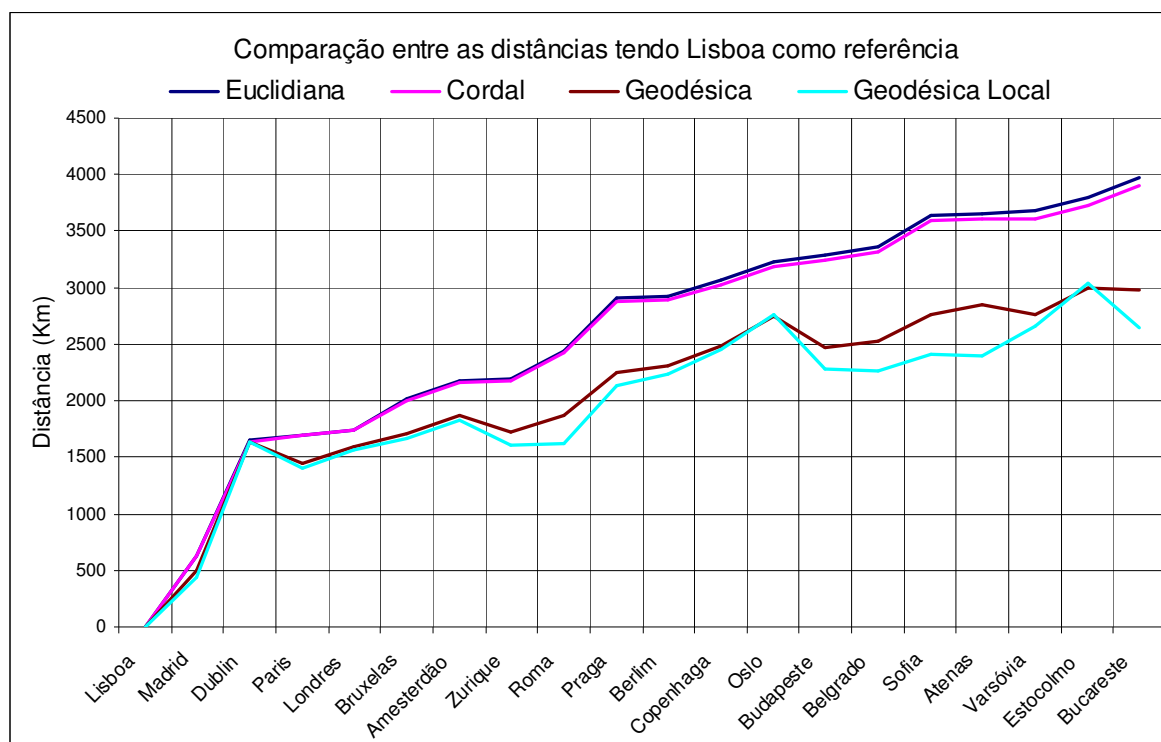
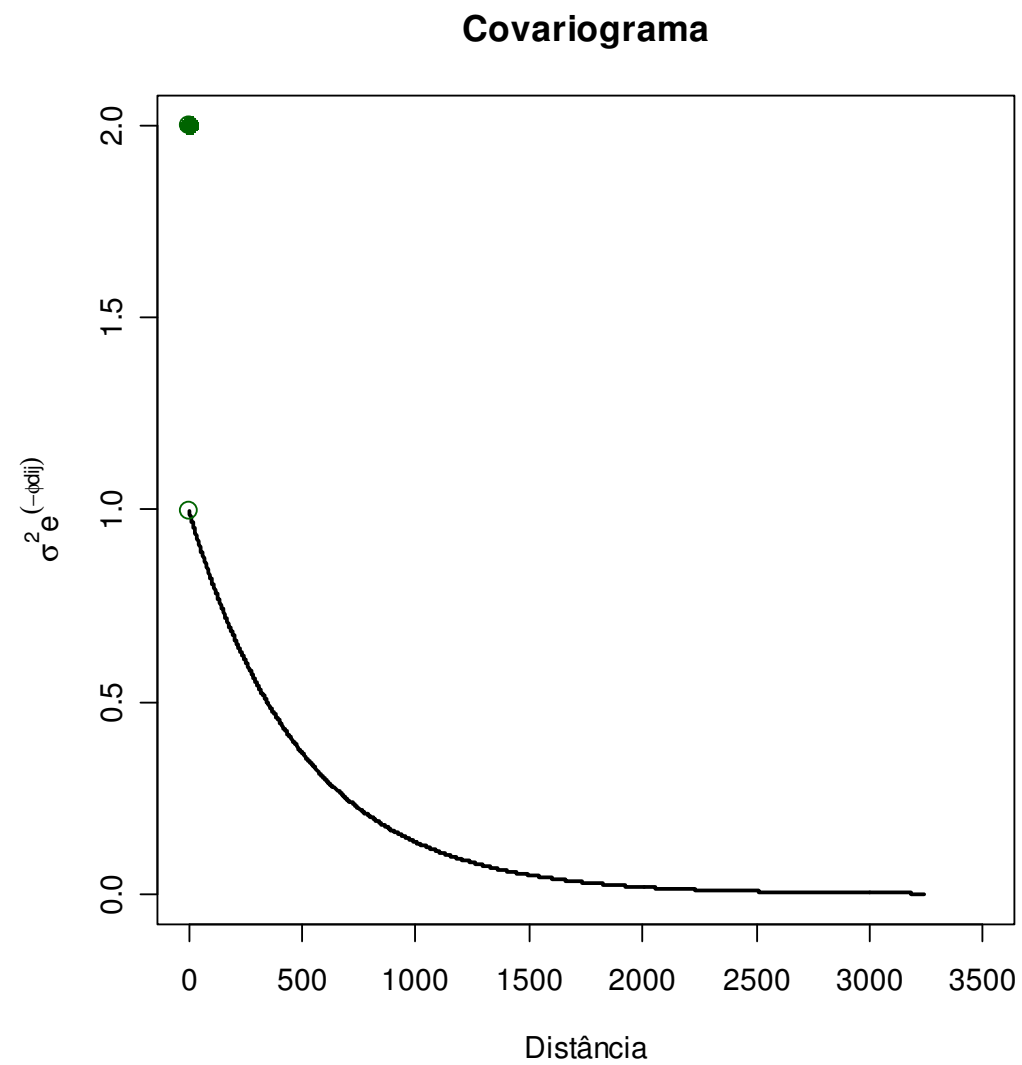


Gráfico 01 – Distâncias entre Lisboa e as restantes 19 cidades

A distância entre Lisboa e Estocolmo varia em mais de 700 km quando medido pela distância euclidiana e distância geodésica

Apesar de no **Mapa 01** as distâncias entre Lisboa x Dublin e Lisboa x Roma apresentarem distâncias não muito diferentes, as medidas mostram variações em torno de 800 Km. O cálculo da distância com base na distância Geodésica Local parece apresentar valores mais coerentes nessas localizações.

Resolução da Parte 02



Vector $\vec{m}$

idades	médias
Amesterdão	10
Atenas	10
Belgrado	10
Berlim	10
Bruxelas	10
Bucareste	10
Budapeste	10
Copenhaga	10
Dublin	10
Estocolmo	10
Lisboa	10
Londres	10
Madrid	10
Oslo	10
Paris	10
Praga	10
Roma	10
Sofia	10
Varsóvia	10
Zurique	10

Matriz Σ

Cidades	Amesterdão	Atenas	Belgrado	Berlim	Bruxelas	Bucareste	Budapeste	Copenhaga	Dublin	Estocolmo	Lisboa	Londres	Madrid	Oslo	Paris	Praga	Roma	Sofia	Varsóvia	Zurique
Amesterdão	2	0,0132	0,0589	0,3211	0,6977	0,028	0,1017	0,2905	0,2174	0,1054	0,024	0,4946	0,0515	0,16	0,419	0,243	0,073	0,03	0,1121	0,2929
Atenas	0,0132	2	0,1991	0,0273	0,0154	0,2258	0,1048	0,0139	0,0033	0,008	0,0033	0,0085	0,0088	0,01	0,015	0,046	0,125	0,35	0,0409	0,0393
Belgrado	0,0589	0,1991	2	0,1356	0,0643	0,4082	0,5252	0,0695	0,0134	0,0387	0,0063	0,0345	0,0174	0,03	0,055	0,226	0,238	0,52	0,1917	0,146
Berlim	0,3211	0,0273	0,1356	2	0,2758	0,0749	0,2546	0,4838	0,0718	0,1932	0,01	0,1601	0,0243	0,18	0,175	0,578	0,094	0,07	0,3492	0,2682
Bruxelas	0,6977	0,0154	0,0643	0,2758	2	0,029	0,1052	0,2148	0,2085	0,0764	0,0328	0,5347	0,0727	0,11	0,591	0,238	0,094	0,03	0,0977	0,3768
Bucareste	0,028	0,2258	0,4082	0,0749	0,029	2	0,2753	0,0427	0,0062	0,0304	0,0026	0,0155	0,0071	0,02	0,024	0,115	0,104	0,56	0,1514	0,0615
Budapeste	0,1017	0,1048	0,5252	0,2546	0,1052	0,2753	2	0,1324	0,0224	0,0718	0,0072	0,0562	0,0193	0,05	0,082	0,413	0,196	0,28	0,3382	0,2068
Copenhaga	0,2905	0,0139	0,0695	0,4838	0,2148	0,0427	0,1324	2	0,0834	0,3506	0,0071	0,1499	0,0159	0,38	0,128	0,281	0,046	0,04	0,2592	0,1457
Dublin	0,2174	0,0033	0,0134	0,0718	0,2085	0,0062	0,0224	0,0834	2	0,0382	0,0374	0,3837	0,0546	0,08	0,209	0,053	0,022	0,01	0,0255	0,0829
Estocolmo	0,1054	0,008	0,0387	0,1932	0,0764	0,0304	0,0718	0,3506	0,0382	2	0,0025	0,0574	0,0056	0,43	0,045	0,121	0,019	0,02	0,1963	0,053
Lisboa	0,024	0,0033	0,0063	0,01	0,0328	0,0026	0,0072	0,0071	0,0374	0,0025	2	0,0418	0,3649	0	0,055	0,011	0,024	0	0,004	0,0318
Londres	0,4946	0,0085	0,0345	0,1601	0,5347	0,0155	0,0562	0,1499	0,3837	0,0574	0,0418	2	0,08	0,1	0,512	0,129	0,056	0,02	0,0559	0,2157
Madrid	0,0515	0,0088	0,0174	0,0243	0,0727	0,0071	0,0193	0,0159	0,0546	0,0056	0,3649	0,08	2	0,01	0,123	0,029	0,064	0,01	0,0103	0,0826
Oslo	0,1611	0,0054	0,0272	0,1838	0,1126	0,018	0,0516	0,3791	0,0792	0,4343	0,0042	0,0999	0,0084	2	0,068	0,107	0,018	0,02	0,1184	0,0604
Paris	0,419	0,015	0,0549	0,1745	0,591	0,0235	0,0824	0,1275	0,2085	0,0451	0,0551	0,5117	0,1227	0,07	2	0,17	0,106	0,03	0,0642	0,3731
Praga	0,2427	0,0463	0,2263	0,5781	0,2384	0,1149	0,4131	0,2808	0,0529	0,121	0,0113	0,129	0,029	0,11	0,17	2	0,155	0,12	0,3542	0,3506
Roma	0,0727	0,1252	0,2379	0,0935	0,0939	0,1039	0,1963	0,0456	0,0221	0,0188	0,0237	0,0561	0,0644	0,02	0,106	0,155	2	0,17	0,0712	0,2471
Sofia	0,0306	0,3485	0,5189	0,0718	0,0336	0,5565	0,282	0,0378	0,007	0,023	0,004	0,0181	0,011	0,02	0,029	0,118	0,169	2	0,1172	0,0789
Varsóvia	0,1121	0,0409	0,1917	0,3492	0,0977	0,1514	0,3382	0,2592	0,0255	0,1963	0,004	0,0559	0,0103	0,12	0,064	0,354	0,071	0,12	2	0,1242
Zurique	0,2929	0,0393	0,146	0,2682	0,3768	0,0615	0,2068	0,1457	0,0829	0,053	0,0318	0,2157	0,0826	0,06	0,373	0,351	0,247	0,08	0,1242	2

Vector $\vec{m}_{1/2a}$

Amesterdão	9,7
Atenas	10,2
Belgrado	10,2
Berlim	9,6
Bruxelas	10
Bucareste	10,1
Budapeste	9,9
Copenhaga	9,8
Dublin	9,6
Estocolmo	10

Matriz $\Sigma_{1/2a}$

	Amesterdão	Atenas	Belgrado	Berlim	Bruxelas	Bucareste	Budapeste	Copenhaga	Dublin	Estocolmo
Amesterdão	1,792	0,000	0,007	0,181	0,455	0,002	0,019	0,182	0,098	0,044
Atenas	0,000	1,934	0,096	0,003	0,000	0,124	0,041	0,001	0,000	0,001
Belgrado	0,007	0,096	1,819	0,035	0,008	0,244	0,380	0,013	0,000	0,007
Berlim	0,181	0,003	0,035	1,771	0,128	0,015	0,085	0,337	0,021	0,103
Bruxelas	0,455	0,000	0,008	0,128	1,704	0,002	0,018	0,107	0,073	0,025
Bucareste	0,002	0,124	0,244	0,015	0,002	1,835	0,162	0,008	0,000	0,009
Budapeste	0,019	0,041	0,380	0,085	0,018	0,162	1,833	0,035	0,001	0,017
Copenhaga	0,182	0,001	0,013	0,337	0,107	0,008	0,035	1,865	0,035	0,238
Dublin	0,098	0,000	0,000	0,021	0,073	0,000	0,001	0,035	1,917	0,012
Estocolmo	0,044	0,001	0,007	0,103	0,025	0,009	0,017	0,238	0,012	1,888